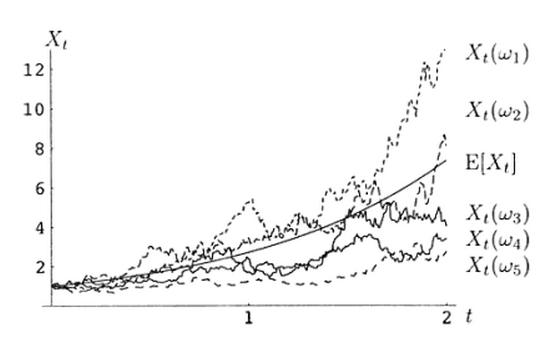
**Markov Process**

在這裏先用直白的話回顧一下隨機過程的定義。

**Stochastic Process**

隨機過程是同時定義在樣本空間 和時間T的二元函數，簡單地說就是隨機變數(random variable)加上了時間這個維度。結合下面這張圖説明。



需要先知道隨機變數和樣本空間的關係。假設我丟兩次銅板，那麽我的樣本空間就是{正反，反正，正正，反反}，空間大小是4。現在考慮一隨機變數，描述出現正面的次數，記為*X*，很明顯*X*(正反) = 1, *X*(正正) = 2, 因此*X* 是一個定義於樣本空間的函數。

當樣本空間發生變化時，函數的值域也會發生改變。舉例統計每個班的高於170cm的人數，即 高於170cm的人數。

* 當固定住 *t* ，不固定 時， 就只是一個隨機變數(函數)，對應了 *t* 時刻的樣本空間。

E.g. 高於170cm的人數， 小於170cm的人數…

* 當固定住 *t* ，固定 時， 就是值域中的一個值。

E.g. 高於170cm的人數

* **隨機過程：**當不固定 *t* ，固定 時， 就只是一個確定的隨機變數(函數)，對應了 *t* 時刻的樣本空間。

E.g. 高於170cm的人數， 就只觀察高於170cm的人數，有的樣本空間裏面很多人，有的樣本空間裏面很少人。

**Markov Process**

我們只觀測系統狀態，也就是説固定 ， 指的就是系統狀態，例如當下時刻的系統人數。若時間 T是離散的，表示爲, 離散時間的馬可夫過程表示起來就是 {}。 若時間是連續的，表示爲*,* 連續時間馬可夫過程表示起來就是 {}，這邊直接省略了。

首先，馬可夫過程是一個隨機過程，而且是一個具有馬可夫性質的隨機過程。

對於n個時間點，, 時間點系統狀態為 ，在經歷了狀態的條件下，有

這個式子描述的是 時間點的系統狀態只跟上一個時間點 時的系統狀態有關。換句話説，未來的狀態只與現在的狀態有關，而與過去的一切無關。

Note： 表示狀態的實值，狀態可以是離散或連續的，在評估系統的時候，我們認爲系統的狀態是離散的，雖然時間 T是連續的，然而在這裏我們還是把這樣的馬可夫過程視作是Markov Chain(很多書上面寫只有狀態空間是連續的和時間是連續的才可以稱爲是Markov Chain)。

仔細思考，其實完全可以忽略時間這個維度， 表示的是第 個時間點。我們只是關注系統的狀態，因此時間點的狀態，和第 觀測時系統的狀態，描述的是同一件事情。因此，隨機變數就寫成了，進而有，

表示的是系統經過n步之後，或n次狀態轉移之後，系統狀態為*j*。

當n等於1時候，就是一步轉移，有

表示從狀態*i*轉移到狀態*j* 的機率。因此跟狀態的轉移機率可以用轉移矩陣**P**來表示。